

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

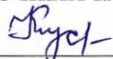
Министерство образования Оренбургской области

**Отдел образования администрации Тюльганского района Оренбургской
области**

МБОУ "Лицей №1", п.Тюльган

РАССМОТРЕНО

Руководитель ШМО
учителей точных наук



Кусякова Р.Ш.
Протокол №1 от «29» 08 2023 г.

СОГЛАСОВАНО

Заместитель директора по
УВР



Михалева О.В.
Протокол №1 от «29» 08 2023 г.

УТВЕРЖДЕНО

Директор



Бугайко А.В.
Приказ №84 от «1» 09 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Элективного курса «Математика. Решение задач.

Профильный уровень»

для обучающихся 10 – 11 классов

п. Тюльган 2023

Пояснительная записка

Программа элективного курса «Подготовка к ЕГЭ по математике (профильный уровень)» разработана для учащихся 11 класса на основе демо-версии КИМов ЕГЭ 2023 – 2024 г по математике.

Программа предполагает углубленное изучение избранных тем математики, необходимых для успешной подготовки к ЕГЭ. Данная программа позволяет систематизировать знания и умения по математике, отработать навыки решения заданий ЕГЭ профильного уровня первой и второй части.

Научная новизна заключается в направленности элективного курса на реализацию ФГОС нового поколения.

Педагогическая целесообразность состоит в методических рекомендациях, разработанных для учащихся в связи с изменением в Кимах ЕГЭ 2024 по математике.

Сроки реализации программы: 2 учебных года

Нагрузка: 68 часов, 1 час в неделю.

Цель курса: пополнить знания и отработать навыки учащихся для успешного прохождения ЕГЭ.

Задачи курса:

- ознакомить учащихся с кодификатором КИМов ЕГЭ 2024 года по математике;
- ознакомить учащихся с лайфхаками для решения задач первой части ЕГЭ, сформировать навыки решения таких задач;
- ознакомить учащихся с рациональными способами решения задач второй части ЕГЭ, формировать навыки решения таких задач;
- ознакомить учащихся с заданиями ЕГЭ прошлых лет.

В разработанном курсе сочетаются изучение теоретического материала и практическое закрепление решения заданий ЕГЭ.

Преподавание курса не подразумевает обязательное наличие у каждого учащегося заданий ЕГЭ в бумажном виде, но предполагает наличие доступа к образовательной платформе Решу ЕГЭ, <https://math100.ru/>.

Уроки проходят в кабинете с проектором и выходом в сеть Интернет. Длительность занятия 40 минут.

Перед разбором задач какой-либо темы, учащиеся должны ознакомиться с краткой теорией по данной теме, обратить внимание на более удачный способ решения. На занятии разбираются непонятые вопросы и формируются навыки решения задач. Домашнее задание предполагает самостоятельное решение задач и отработку навыков их решения.

Промежуточный контроль знаний учащихся проводится по первой части экзамена в форме тестов. По второй части ЕГЭ особое внимание уделяется правильному оформлению решения, поэтому контроль по второй части проводится в письменной форме.

В качестве итогового контроля учащиеся выполняют один из вариантов досрочного ЕГЭ 2024 года по математике.

Окончательная эффективность и результаты элективного курса будут видны после прохождения ЕГЭ.

Виды деятельности на занятиях: консультация, беседа, лекция, практикум, самостоятельная работа с КИМ, тестирование, работа на образовательной платформе Решу ЕГЭ и в сети Интернет.

Изучение данного курса дает учащимся возможность:

- повторить и систематизировать уже изученный материал школьной математики;
- сформировать базовые приемы решения задач;
- освоить навыки решения поставленной задачи;
- узнать о новых нестандартных, рациональных способах решения задач;
- повышать свою математическую культуру, познавательную активность, творчество;
 - в ходе подготовки к ЕГЭ ознакомиться с электронными средствами обучения, образовательными платформами и интернет - ресурсами .

В процессе обучения учащиеся приобретают следующие умения:

- работать с числовыми и алгебраическими выражениями;
- решать уравнения различных типов;
- решать геометрические задачи;
- решать текстовые задачи на проценты, сплавы, смеси, движение;
- решать и правильно оформлять решение задач повышенного уровня сложности ;
- строить и читать графики, находить по ним неизвестное;
- решать уравнения и неравенства различных типов;
- развивать исследовательскую деятельность, самоконтроль, самоподготовку;
- работать с сетевыми ресурсами для подготовки ЕГЭ;
- планировать свое образование.

Принципы построения курса:

- доступности;
- научности;
- нарастающей сложности;
- вариативности;
- дифференциации.

Средства обучения:

Сборники КИМов 2024(при наличии) по математике, мультимедийные средства, образовательные платформы: Решу ЕГЭ, Скайсмарт, ЯКласс, справочные материалы, таблицы.

Требования к знаниям и умениям выпускника:

После прохождения элективного курса учащиеся должны

Знать:

- правила проведения ЕГЭ по математике;
- структуру, содержание КИМов ЕГЭ по математике;
- основные термины по алгебре, геометрии, теории вероятностей;
- способы решения уравнений и неравенств;
- элементарные функции и их графики;
- как использовать производную и интеграл для решения задач;
- геометрические термины, формулы, теоремы;
- элементы комбинаторики и теории вероятностей.

Уметь:

- заполнять бланки ЕГЭ по математике;
- правильно оформлять решение задач второй части ЕГЭ;
- выполнять преобразования и вычисления значения алгебраических выражений ;
- решать уравнения и неравенства разных типов;
- работать с функциями и их графиками;
- выполнять действия с векторами;
- построить и исследовать простейшую математическую модель;
- использовать полученные знания и умения в жизни.

Содержание курса:

10 класс

Тема 1. Решение текстовых задач (6)

Простейшие текстовые задачи. Основные свойства, прямо и обратно пропорциональные величины. Проценты, округление с избытком, округление с недостатком. Выбор оптимального варианта. Выбор варианта из двух возможных Выбор варианта из трех возможных Выбор варианта из четырех возможных. Текстовые задачи на проценты, сплавы и смеси, на движение, на совместную работу. Задачи экономического содержания

Тема 2. Уравнения, неравенства и их системы (7 ч)

Повторение теории и методов решения задач по теме. Решение уравнений и неравенств разных типов из КИМов (по 1 и 2 части).

Тема 3. «Функции и графики»

Повторение теории и методов решения задач по теме. Повторение элементарных функций и их графиков. Решение заданий из КИМов на работу с графиками, исследование функций. Различные методы решения.

Тема 4. Производная и ее применение (5 ч)

Нахождение производной функции, вычисление углового коэффициента касательной, составление уравнения касательной. Геометрический и физический смысл производной. Производная сложной функции. Применение производной к исследованию функции и построению графиков. Наибольшее и наименьшее значение функции, экстремумы. Применение производной в прикладных задачах, в том числе «финансовых».

Тема 5. Планиметрия. Стереометрия (7 ч)

Повторение теории по планиметрии и стереометрии. Решение заданий из КИМов по планиметрии, многогранники, тела и поверхности вращения, измерение геометрических величин, координаты и векторы. Метод координат.

Тема 6. «Элементы комбинаторики и теории вероятностей»(3)

Основные термины. Решение заданий из КИМов по данной теме.

Тема 7. Итоговый контроль.(2)

Выполнить вариант КИМа ЕГЭ по математике в полном объеме. Анализ результатов.

11 класс

1. Текстовые задачи (5 часов)

Логика и общие подходы к решению текстовых задач. Простейшие текстовые задачи. Основные свойства прямо и обратно пропорциональные величины. Проценты, округление с избытком, округление с недостатком. Выбор оптимального варианта. Выбор варианта из двух возможных Выбор варианта из трех возможных Выбор варианта из четырех возможных. Текстовые задачи на проценты, сплавы и смеси, на движение, на совместную работу.

2. Тригонометрия (5 часов)

Вычисление значений тригонометрических выражений. Преобразования числовых тригонометрических выражений. Преобразования буквенных тригонометрических выражений. Тригонометрические уравнения и неравенства. Простейшие тригонометрические уравнения. Два метода решения тригонометрических уравнений: введение новой переменной и разложение на множители. Однородные тригонометрические уравнения.

3. Планиметрия (5 часов)

Треугольник. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат. Трапеция. Окружность и круг. Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника. Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника. Правильные многоугольники. Вписанная окружность и

описанная окружность правильного многоугольника. Координатная плоскость. Векторы. Вычисление длин и площадей.

Задачи, связанные с углами. Многоконфигурационные планиметрические задачи.

4. Стереометрия (5 часов)

Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма. Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде. Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида. Сечения куба, призмы, пирамиды. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности. Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями. Площадь поверхности составного многогранника.

5. Производная (5 часов)

Понятие о производной функции, геометрический смысл производной. Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Вторая производная и ее физический смысл. Исследование функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Наибольшее и наименьшее значение функций. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Исследование производений и частных. Исследование тригонометрических функций. Исследование функций без помощи производной.

6. Типовые задания (8 часов)

Тригонометрические уравнения: методы решений и отбор корней.

Арифметический способ. Алгебраический способ. Геометрический способ. Основные методы решения тригонометрических уравнений. Тригонометрические уравнения, линейные относительно простейших тригонометрических функций. Тригонометрические уравнения, сводящиеся к алгебраическим уравнениям с помощью замены. Метод разложения на множители. Комбинированные уравнения.

Многогранники: типы задач и методы их решения.

Расстояния и углы. Расстояние между двумя точками. Расстояние от точки до прямой.

Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

Угол между двумя прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями.

Площади и объемы. Площадь поверхности многогранника. Площадь сечения многогранника. Объем многогранника.

Системы неравенств с одной переменной.

Решение показательных и логарифмических неравенств. Показательные неравенства. Логарифмические неравенства. Смешанные неравенства. Системы неравенств.

Планиметрические задачи с неоднозначностью в условии (многовариантные задачи)

Функция и параметр. Функции, заданные в явном виде. Применение свойств функции. Функции, заданные в неявном виде. Решение задач разными способами.

Задачи на целые числа. Делимость целых чисел. Десятичная запись числа. Сравнения. Выражения с числами. Выражения с переменными. Методы решения уравнений и неравенств в целых числах.

Итоговое занятие.

Требования к уровню усвоения предмета

Выполнение практических занятий имеет целью закрепить у учащихся теоретические знания и развить практические навыки и умения в области алгебры, и успешной сдачи ЕГЭ по математике.

- Учащиеся должны знать, что такое проценты и сложные проценты, основное свойство пропорции.
- Знать схему решения линейных, квадратных, дробно-рациональных, иррациональных уравнений.
- Знать способы решения систем уравнений.
- Знать определение параметра; примеры уравнений с параметром; основные типы задач с параметрами; основные способы решения задач с параметрами. Знать определение линейного уравнения и неравенства с параметрами. Алгоритмы решения линейных уравнений и неравенств с параметрами графическим способом. Определение квадратного уравнения и неравенства с параметрами. Алгоритмы решения квадратного уравнения и неравенства с параметрами графическим способом
- проводить тождественные преобразования иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических выражений.
- решать иррациональные, логарифмические и тригонометрические уравнения и неравенства.
- решать системы уравнений изученными методами.
- строить графики элементарных функций и проводить преобразования графиков, используя изученные методы.
- применять аппарат математического анализа к решению задач.
- применять основные методы геометрии (проектирования, преобразований, векторный, координатный) к решению геометрических задач.
- Уметь применять вышеуказанные знания на практике.

Формы контроля уровня достижений учащихся и критерии оценки

1. Текущий контроль: практическая работа, самостоятельная работа.
2. Тематический контроль: тест.
3. Итоговый контроль: итоговый тест.

Планируемые результаты

Изучение данного курса дает учащимся возможность:

- повторить и систематизировать ранее изученный материал школьного курса математики;
- освоить основные приемы решения задач;
- овладеть навыками построения и анализа предполагаемого решения поставленной задачи;
- овладеть и пользоваться на практике техникой сдачи теста;
- познакомиться и использовать на практике нестандартные методы решения задач;
- повысить уровень своей математической культуры, творческого развития, познавательной активности;
- познакомиться с возможностями использования электронных средств обучения, в том числе Интернет-ресурсов, в ходе подготовки к итоговой аттестации в форме ЕГЭ.

Учебно-методическое обеспечение

1. Гольдич В.А. Алгебра. Решение уравнений и неравенств. - СПб.: Литера, 2008
2. Горнштейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С. Задачи с параметрами. - М.-Харьков: "ИЛЕКСА", "Гимназия", 2009
3. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике. Решение задач – М. – «Просвещение» 2008
4. Кодификатор, спецификация заданий ЕГЭ 2018 - 2019 г.

Интернет – источники:

1. Открытый банк задач ЕГЭ: <http://mathege.ru>
2. Он-лайн тесты:
<http://uztest.ru/exam?idexam=25>
<http://egeru.ru>
<http://reshuege.ru/>
ФИПИ <http://fipi.ru/>
МИОО <http://www.mioo.ru/ogl.php#>
<http://shpargalkaеge.ru/>

Тематическое планирование 10 класс

№ темы	Содержание	Количество часов
1.	Решение текстовых задач.	6
2.	Уравнения, неравенства и их системы	7
3.	Функции и графики	4
4.	Производная и ее применение	5
5.	Планиметрия. Стереометрия	7
6.	Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей	3
7.	Итоговый контроль	2
Всего		34

Тематическое планирование 11 класс

№ темы	Содержание	Количество часов
1.	Решение текстовых задач.	5
2.	Тригонометрия	5
3.	Планиметрия	5
4.	Стереометрия	5
5.	Производная и ее применение	5
6.	Типовые задания	6
7.	Итоговый контроль	2
Всего		33

**Учебно-тематический план
10 класс**

№ п/п	Наименование тем курса	Основные виды деятельности	Всего часов	В том числе		Форма контроля
				Теорет.	Практ. занятия	
1	Решение задач	Уметь выполнять преобразования и вычисления.	6	1	5	Тест
2	Функции.	Уметь работать с функциями.	4	1	3	Тест
3	Уравнения, неравенства и их системы.	Уметь решать уравнения и неравенства. Оформление решения.	7	2	5	Тест
4	Производная и её применение.	Знать таблицу производных. Уметь применять её при исследовании функции.	5	1	4	Тест
5	Планиметрия. Стереометрия.	Уметь работать с геометрическими фигурами, векторами и их координатами.	7	2	5	Тест
6	Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей.	Знать основные формулы комбинаторики, статистики и теории вероятностей. Уметь применять формулы при решении прикладных задач	3	1	2	Тест
7	Итоговый контроль.	Применять полученные знания для решения задач ЕГЭ	2	-	2	Контрольная работа

**Учебно-тематический план
11 класс**

№ п/п	Наименование тем курса	Основные виды деятельности	Всего часов	В том числе		Форма контроля
				Теорет.	Практ. занятия	
1	Решение задач	Уметь выполнять преобразования и вычисления.	5	1	4	Тест
2	Тригонометрия	Уметь работать с формулами, решать тригонометрические уравнения	5	1	4	Тест
3	Планиметрия	Уметь работать с геометрическими фигурами, векторами и их координатами..	5	1	4	Тест
4	Стереометрия	Уметь работать с	5	1	4	Тест

		геометрическими фигурами, векторами и их координатами.				
5	Производная и её применение.	Знать таблицу производных. Уметь применять её при исследовании функции.	5	1	4	Тест
6	Типовые задания	Знать свойства чисел, решать задания с параметрами	6	2	4	Тест
7	Итоговый контроль.	Применять полученные знания для решения задач ЕГЭ	2	-	2	Контрольная работа

**КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ.
10 класс (1ч в неделю, всего 34ч).**

№	№ в теме	Тема	Дата	
			По плану	Фактически
1.Решение текстовых задач - 6 час				
1	1	Простейшие текстовые задачи		
2	2	Выбор оптимального варианта		
3	3	Текстовые задачи на проценты, сплавы и смеси		
4	4	Текстовые задачи на движение и совместную работу		
5	5	Решение экономических задач		
6	6	Решение экономических задач		
2.Функции 4 часа				
7	1	Гипербола		
8	2	Кусочно-линейная функция		
9	3	Парабола		
10	4	Графики тригонометрических функций.		
3.Уравнения, неравенства и их системы -7 часов				
11	1	Способы решения дробно-рациональных уравнений, неравенств и их систем.		
12	2	Способы решения иррациональных уравнений, неравенств и их систем.		
13	3	Способы решения тригонометрических уравнений, неравенств и их систем.		
14	4	. Способы решения показательных уравнений, неравенств и их систем. Метод рационализации		
15	5	Способы решения логарифмических уравнений, неравенств и их систем. Метод рационализации.		
16	6	Метод рационализации		
17	7	Графический способ решения уравнений и неравенств.		
4. Производная и ее применение- 5 часов				
18	1	Нахождение производной функции, вычисление углового коэффициента касательной.		
19	2	Уравнение касательной. Геометрический и физический смысл производной.		
20	3	Производная сложной функции. Применение производной к исследованию функции и построению её графика.		
21	4	Наибольшее и наименьшее значение		

		функции. Экстремумы функции.		
22	5	Применение производной в прикладных задачах, в том числе «финансовых».		
5. Планиметрия. Стереометрия - 7 часов				
23	1	Медианы, биссектрисы, высоты треугольника.		
24	2	Нахождение площади фигуры.		
25	3	Углы в пространстве. Метод координат.		
26	4	Расстояние в пространстве. Метод координат.		
27	5	Вычисление площадей поверхности многогранников, тел вращения		
28	6	Вычисление объемов многогранников, тел вращения		
29	7	Решение заданий из КИМов.		
6. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей 3 часа				
30	1	Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей. Решение задач из КИМов.		
31	2	Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей. Решение задач из КИМов.		
32	3	Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей. Решение задач из КИМов.		
7. Итоговый контроль				
33	1	Контрольная работа в формате ЕГЭ		
34	2	Обобщение и систематизация знаний. Подведение итогов.		

Календарно – тематический план

11 класс, 33 часа – 1 час в неделю

№ урока	Наименование разделов и тем	Кол-во часов	Дата
Текстовые задачи (5 часов)			
1	Простейшие текстовые задачи. Выбор оптимального варианта	1	
2	Входная контрольная работа	1	
3	Текстовые задачи на проценты, сложные проценты	1	
4	Текстовые задачи на сплавы и смеси, на совместную работу	1	
5	Текстовые задачи на движение	1	
Тригонометрия (5 часов)			
6	Преобразования числовых тригонометрических выражений.	1	
7	Преобразования буквенных тригонометрических выражений.	1	
8	Методы решения тригонометрических уравнений.	1	
9	Методы решения тригонометрических уравнений.	1	
10	Тест	1	
Планиметрия (5 часов)			
11	Вычисление длин и площадей.	1	
12	Задачи, связанные с углами. Окружность.	1	
13	Многоконфигурационная планиметрическая задача	1	
14	Многоконфигурационная планиметрическая задача	1	
15	Тест	1	
Стереометрия (5 часов)			
16	Многогранники. Параллелепипед. Куб.	1	
17	Многогранники. Призма. Пирамида.	1	
18	Тела Вращения. Конус. Шар.	1	
19	Составные многогранники	1	
20	Тест	1	
Производная (5 часов)			
21	Применение производной к исследованию функций	1	
22	Решение задач на применение производной	1	
23	Исследование произведений и частных	1	
24	Исследование тригонометрических функций	1	

25	Тест	1	
Типовые задания (6 часов)			
26	Задание типа 18 Параметры	1	
27	Задание типа 18 Параметры	1	
28	Задания типа 15. Неравенства	1	
29	Задания типа 16. Решение планиметрических задач	1	
30	Задания типа 16. Решение планиметрических задач	1	
31	Числа и их свойства		
32, 33	Итоговая контрольная работа	2	
Итого: 33 часа			

Приложение

Задачи к занятиям

1. В университетскую библиотеку привезли новые учебники по геометрии для 2—3 курсов, по 280 штук для каждого курса. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 7 полок, на каждой полке помещается 30 учебников. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми учебниками?
2. Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 3 раза в день в течение 21 дня. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?
3. Оптовая цена учебника 170 рублей. Розничная цена на 20% выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 7000 рублей?
4. Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 65 миль в час? Ответ округлите до целого числа.
5. Для того, чтобы связать свитер, хозяйке нужно 800 граммов шерсти красного цвета. Можно купить красную пряжу по цене 80 рублей за 100 г, а можно купить неокрашенную пряжу по цене 50 рублей за 100 г и окрасить ее. Один пакетик краски стоит 20 рублей и рассчитан на окраску 400 г пряжи. Какой вариант покупки дешевле? В ответ напишите, сколько рублей будет стоить эта покупка.
6. Для изготовления книжных полок требуется заказать 48 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла $0,25 \text{ м}^2$. В таблице приведены цены на стекло, а также на резку стекла и шлифовку края. Сколько рублей будет стоить самый дешевый заказ?

Фирма	Цена стекла (руб. за 1 м^2)	Резка и шлифовка (руб. за одно стекло)
А	420	75
Б	440	65
В	470	55

7. Независимая экспертная лаборатория определяет рейтинг R бытовых приборов на основе коэффициента ценности, равного $0,01$ средней цены P , показателей функциональности F , качества Q и дизайна D . Каждый из

показателей оценивается целым числом от 0 до 4. Итоговый рейтинг вычисляется по формуле

$$R = 4(2F + 2Q + D) - 0,01P.$$

В таблице даны средняя цена и оценки каждого показателя для нескольких моделей электрических мясорубок. Определите наивысший рейтинг представленных в таблице моделей электрических мясорубок.

Модель мясорубки	Средняя цена	Функциональность	Качество	Дизайн
А	4600	2	0	2
Б	5500	4	3	1
В	4800	4	4	4
Г	4700	2	1	4

- Четыре рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять рубашек дороже куртки?
- Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.
- Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту быстрее, чем первая труба?

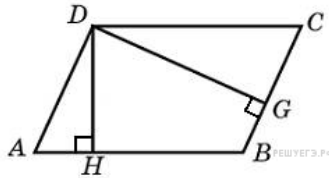
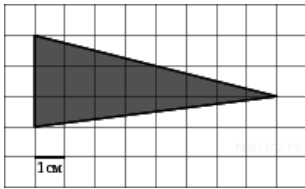
Тригонометрия

- Решите уравнение $\sin \frac{\pi x}{3} = 0,5$. В ответе напишите наименьший положительный корень.
- Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.
- Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\frac{7 \sin \alpha + 13 \cos \alpha}{5 \sin \alpha - 17 \cos \alpha} = 3$
- Найдите значение выражения $\frac{12 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$
- Найдите значение выражения $36\sqrt{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{4}$.

6. Найдите значение выражения $\frac{\sin(-\frac{27\pi}{4}) \cos(\frac{31\pi}{4})}{7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg} 77^\circ}$.
7. Найдите значение выражения $\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ}$.
8. Найдите значение выражения $\frac{2 \sin(\alpha - 7\pi) + \cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}{\sin(\alpha + \pi)}$.
9. Найдите значение выражения $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right) = \cos x$.
10. Дано уравнение $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right) = \cos x$. а) Решите уравнение; б) Укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Планиметрия

1. На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см \times 1 см изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



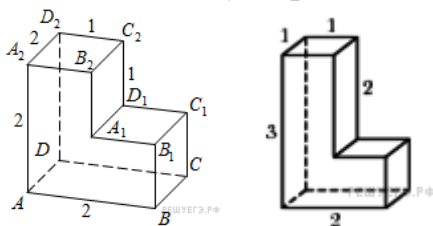
2. Стороны параллелограмма равны 9 и 15. Высота, опущенная на первую сторону, равна 10. Найдите высоту, опущенную на вторую сторону параллелограмма.
3. Диагонали четырехугольника равны 4 и 5. Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырехугольника.
4. Средняя линия и высота трапеции равны соответственно 3 и 2. Найдите площадь трапеции.
5. Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы которых равны $\frac{4}{\sqrt{\pi}}$ и $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$.
6. Стороны правильного треугольника ABC равны 3. Найдите скалярное произведение векторов \vec{AB} и \vec{AC} .
7. Точки $O(0; 0)$, $A(6; 8)$, $B(6; 2)$, $C(0; 6)$ являются вершинами четырехугольника. Найдите абсциссу точки P пересечения его диагоналей.
8. В треугольнике ABC $AC = BC = 5$, $\sin A = \frac{7}{25}$. Найдите AB .

9. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 75° , угол CAD равен 35° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.

10. На прямой, содержащей медиану AD прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C , взята точка E , удаленная от вершины A на расстояние, равное 4. Найдите площадь треугольника BCE , если $BC = 6$, $AC = 4$.

Стереометрия

1. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ медианы основания ABC пересекаются в точке O . Площадь треугольника ABC равна 2; объем пирамиды равен 6. Найдите длину отрезка OS .
2. Найдите квадрат расстояния между вершинами C и A_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 5$, $AD = 4$, $AA_1 = 3$.
3. Найдите расстояние между вершинами A и C_2 многогранника, изображенного

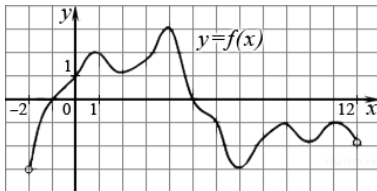


на рисунке.

4. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке
5. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его площадь поверхности увеличится на 54. Найдите ребро куба.
6. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 5, а высота – 10.
7. Найдите площадь поверхности правильной четырехугольной пирамиды, стороны основания которой равны 6 и высота равна 4.
8. Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.
9. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите косинус угла между плоскостями $BA_1 C_1$ и $BA_1 D_1$.
10. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны ребра: $AB = 6$, $AD = 8$, $CC_1 = 16$. Найдите угол между плоскостями ABC и $A_1 DB$.

Производная

1. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость в (м/с) в момент времени $t = 6$ с.
2. Прямая $y = -4x - 11$ является касательной к графику функции $y = x^3 + 7x^2 + 7x - 6$. Найдите абсциссу точки касания.
3. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенной на интервале $(-2; 12)$. Найдите сумму точек экстремума функции $f(x)$.



4. Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 27x$ на отрезке $[0; 4]$.
5. Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x^2 + 1}{x}$.
6. Найдите наименьшее значение функции $y = (x + 3)^2(x + 5) - 1$ на отрезке $[-4; -1]$.
7. Найдите наибольшее значение функции $y = 12 \cos x + 6\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}\pi + 6$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
8. Найдите наименьшее значение функции $y = 5 \sin x + \frac{24}{\pi}x + 6$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$.
9. Найдите точку минимума функции $y = \sqrt{x^2 - 6x + 11}$.
10. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = \cos 2x - \cos x$.

Вычисления и преобразования

1. Решите уравнение $\frac{6}{13}x^2 = 19\frac{1}{2}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.
2. Найдите корень уравнения $\frac{1}{7x - 15} = \frac{1}{4x + 3}$.
3. Найдите корень уравнения: $\sqrt{-72 + 17x} = x$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.
4. Найдите $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$, если $p(b) = \left(b + \frac{3}{b}\right) \left(3b + \frac{1}{b}\right)$ при $b \neq 0$.
5. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[5]{10} \cdot \sqrt[5]{16}}{\sqrt[5]{5}}$.
6. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[42]{m} \cdot \sqrt[7]{m}}{2^{3.5} \cdot 3^{5.5}}$ при $m = 125$.
7. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[6]{4.5}}{6^{4.5}}$.

8. Найдите значение выражения $\frac{a^{3,21} \cdot a^{7,36}}{a^{8,57}}$ при $a = 12$.
9. Найдите значение выражения $\frac{24(\sin^2 17^\circ - \cos^2 17^\circ)}{\cos 34^\circ}$
10. Найдите корни уравнения: $\cos \frac{8\pi x}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

Практико – ориентированные задачи

- При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10\text{ м}$. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.
- По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$, где ε — ЭДС источника (в вольтах), $r = 1\text{ Ом}$ — его внутреннее сопротивление, R — сопротивление цепи (в Омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 20% от силы тока короткого замыкания $I_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon}{r}$? (Ответ выразите в Омах.)
- Расстояние (в км) от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400\text{ км}$ — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 6,4 километров?
- В ходе распада радиоактивного изотопа, его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t (мин) — прошедшее от начального момента время, T — период полураспада в минутах. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 40\text{ мг}$ изотопа Z , период полураспада которого $T = 10\text{ мин}$. В течение скольких минут масса изотопа будет не меньше 5 мг?
- Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $v = 3\text{ моля}$ воздуха объемом $V_1 = 8\text{ л}$, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема V_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha v T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$ (Дж), где $\alpha = 5,75$ — постоянная, а $T = 300$ — температура воздуха. Какой объем V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 10350 Дж?
- Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности In , оперативности Op , объективности публикаций Tr , а также качества сайта Q . Каждый отдельный

показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от 1 до 5. Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций — вдвое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула

$$R = \frac{2In + Op + 3Tr + Q}{A}$$

приняла вид $R = \frac{2In + Op + 3Tr + Q}{A}$. Каким должно быть число A , чтобы издание, у которого все оценки наибольшие, получило бы рейтинг 1?

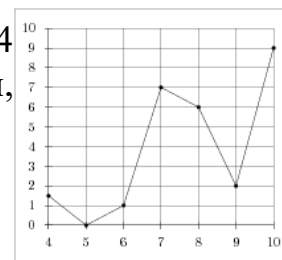
7. Мяч бросили под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли.

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

Время полета мяча (в секундах) определяется по формуле $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) время полета будет не меньше 3 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 30$ м/с?

Считайте, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

8. На рисунке изображен график осадков в Калининграде с 4 по 10 февраля 1974 г. На оси абсцисс откладываются дни, на оси ординат — осадки в мм.



9. В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 10 черных, 2 желтых и 8 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице.

Найдите вероятность того, что к ней приедет зеленое такси.

10. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно два раза.

Стереометрия

1. Высота конуса равна 6, а диаметр основания — 16. Найдите образующую конуса.
2. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 21π , а диаметр основания равен 7. Найдите высоту цилиндра.
3. Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Образующая конуса равна $7\sqrt{2}$. Найдите радиус сферы.
4. Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 111. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
5. Сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2300 см³ воды и погрузили в воду деталь. При этом уровень воды поднялся с отметки 25 см до отметки 27 см. Найдите объем детали. Ответ выразите в см³.
6. Правильная четырехугольная призма описана около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

7. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, боковое ребро равно 5. Найдите объем призмы.
8. Найдите высоту правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 2, а объем равен $\sqrt{3}$.
9. Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 6. Найдите объем шара.
10. В куб с ребром 3 вписан шар. Найдите объем этого шара, деленный на π .

Типовые задания

1. Решите уравнение $\frac{2\sin^2 x + 2\sin x \cos 2x - 1}{\sqrt{\cos x}} = 0$.
2. а) Решите уравнение $\sin x + \left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}\right) \left(\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2}\right) = 0$. б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\pi, \frac{5\pi}{2}\right]$.
3. В правильном тетраэдре $ABCD$ найдите угол между высотой тетраэдра DH и медианой BM боковой грани BCD .
4. Дана правильная треугольная пирамида $DABC$ с вершиной D . Сторона основания пирамиды равна $\sqrt{6}$, высота равна $\sqrt{30}$. Найдите расстояние от середины бокового ребра BD до прямой MT , где точки M и T — середины ребер AC и AB соответственно.
5. Решите систему неравенств $\begin{cases} \log_{\log_x 2x}(6x-2) \geq 0, \\ 20^x - 64 \cdot 5^x - 4^x + 64 \leq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 2^x + 6 \cdot 2^{-x} \leq 7, \\ \frac{2x^2 - 4x}{x-4} \leq x. \end{cases}$
6. Решите систему неравенств
7. Найдите длину отрезка общей касательной к двум окружностям, заключенного между точками касания, если радиусы окружностей равны 23 и 7, а расстояние между центрами окружностей равно 34.
8. Дан треугольник ABC . Точка E на прямой AC выбрана так, что треугольник ABE , площадь которого равна 14, — равнобедренный с основанием AE и высотой BD . Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что $\angle ABE = \angle CBD = \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha = \frac{24}{7}$.
9. Найдите все значения a , при каждом из которых множеством решений неравенства $\sqrt{5-x} + |x+a| \leq 3$ является отрезок.
10. Найдите все значения a , при каждом из которых функция $f(x) = x^2 - 2|x-a^2| - 8x$ имеет более двух точек экстремума.
11. Перед каждым из чисел 14, 15, ..., 20 и 4, 5, ..., 8 произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего от каждого из образовавшихся чисел первого набора отнимают каждое из образовавшихся чисел второго набора, а затем все 35 полученных результатов складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

12. Сумма двух натуральных чисел равна 43, а их наименьшее общее кратное в 120 раз больше их наибольшего общего делителя. Найдите эти числа.

internet-ресурсы

1. Образовательные порталы, <https://math100.ru/>, Решу ЕГЭ ...
2. Сайт информационной поддержки по ЕГЭ <http://www.ege.ru/>.
3. Сайт Федерального института педагогических измерений ФИПИ <http://www.fipi.ru>.